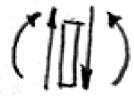
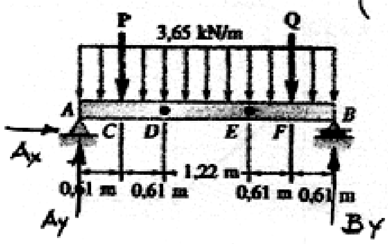
UFF – INSTITUTO DE FÍSICA
Mecânica Geral V – GFI 04.104
Prof. Cary Cassiano
2ª VE – 07/02/2013 – Turma A1
Nome: GABARITO



1. **(2,5p) A viga *AB* está submetida à ação da carga uniformemente distribuída mostrada e à ação de duas forças P e Q de intensidades desconhecidas. Sabendo que foram determinados experimentalmente os momentos de flexão em *D* e em *E*, que valem respectivamente + 8,00 kN.m e + 9,27 kN.m,**
   (1,0p) (*a*) determine **P** e **Q**,
   (1,5p) (*b*) trace os diagramas de esforço cortante e momento de flexão da viga.



a)

$$M_D: \; A_y \times 1{,}22 - P \times 0{,}61 - 3{,}65 \times \frac{1{,}22^2}{2} = 8$$

$$1{,}22\,A_y - 0{,}61P = 10{,}72 \; (1) \longrightarrow A_y = \frac{10{,}72 + 0{,}61P}{1{,}22}$$

$$M_E: \; A_y \times 2{,}44 - P \times 1{,}83 - 3{,}65 \times \frac{2{,}44^2}{2} = 9{,}27$$

$$2{,}44\,A_y - 1{,}83P = 20{,}14 \; (2) \longrightarrow 2{,}44\left(\frac{10{,}72 + 0{,}61P}{1{,}22}\right) - 1{,}83P = 20{,}14$$

$$P = 2{,}13 \text{ kN}$$
$$A_y = 9{,}85 \text{ kN}$$

$$M_D: \; B_y \times 1{,}22 - Q \times 0{,}61 - 3{,}65 \times \frac{1{,}22^2}{2} = 9{,}27$$

$$1{,}22\,B_y - 0{,}61Q = 11{,}99 \; (3) \longrightarrow B_y = \frac{11{,}99 + 0{,}61Q}{1{,}22}$$

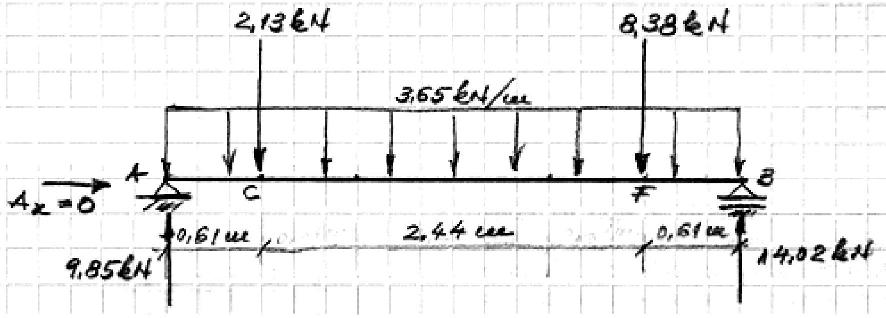
$$M_E: \; B_y \times 2{,}44 - Q \times 1{,}83 - 3{,}65 \times \frac{2{,}44^2}{2} = 8$$

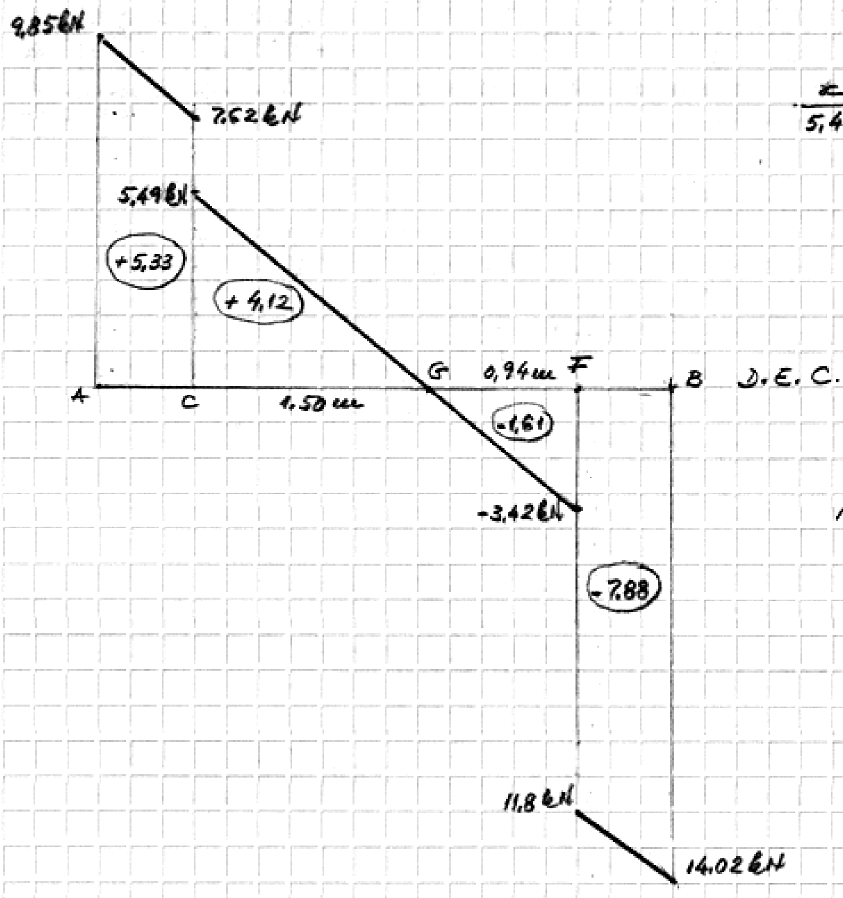
$$2{,}44\,B_y - 1{,}83Q = 18{,}87 \longrightarrow 2{,}44\left(\frac{11{,}99 + 0{,}61Q}{1{,}22}\right) - 1{,}83Q = 18{,}87$$

$$Q = 8{,}38 \text{ kN}$$
$$B_y = 14{,}02 \text{ kN}$$

RESPOSTA:

$$\boxed{\begin{aligned} P &= 2{,}13 \text{ kN} \\ Q &= 8{,}38 \text{ kN} \end{aligned}}$$





$$\frac{x}{5{,}49} = \frac{2{,}44}{8{,}91}$$

$M_A = 0$

$M_C - M_A = 5{,}33$

$M_C = 5{,}33 \text{ kNm}$

$M_G - M_C = 4{,}12$

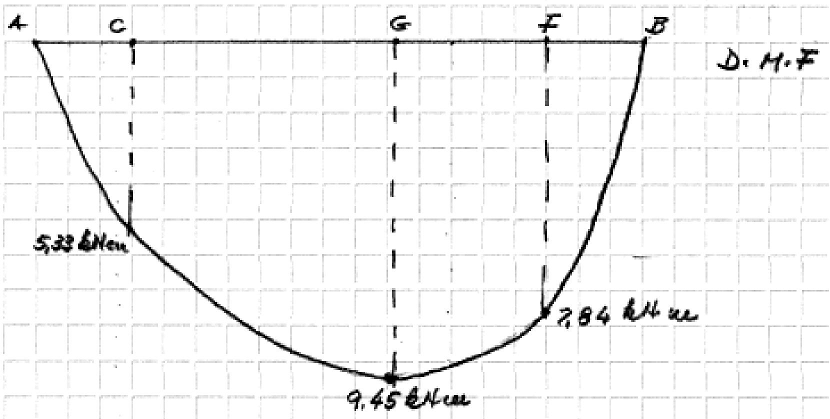
$M_G = 9{,}45 \text{ kN.m}$

$M_F - M_G = -1{,}61$

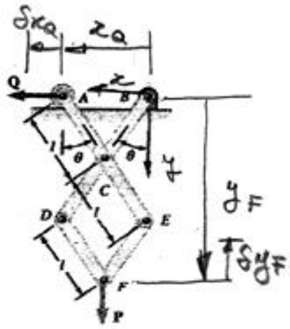
$M_F = 7{,}84 \text{ kN.m}$

$M_B - M_F = -7{,}88$

$M_B = -0{,}04 \cong 0$



2. (2,5p) No mecanismo representado atua a força **P**; deduza uma expressão para a intensidade da força **Q** necessária para o equilíbrio.



$$x_Q = 2l\,\text{sen}\,\theta$$

$$\delta x_Q = 2l\cos\theta\,\delta\theta$$

$$y_F = 3l\cos\theta$$

$$\delta y_F = -3l\,\text{sen}\,\theta\,\delta\theta$$

$$\delta U = Q\,\delta x_Q - P\,\delta y_F$$

$$\delta U = \delta\theta\left(2Ql\cos\theta - 3Pl\,\text{sen}\,\theta\right)$$

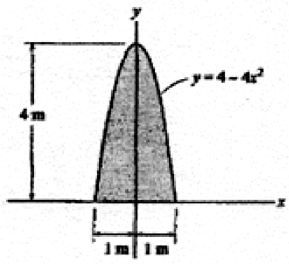
EQUILÍBRIO $\longrightarrow \delta U = 0$

$$\delta\theta \neq 0$$

$$2Q\cancel{l}\cos\theta - 3P\cancel{l}\,\text{sen}\,\theta = 0$$

$$\boxed{Q = \frac{3}{2}P\,\text{tg}\,\theta}$$

3. (3,5p) Para a área sombreada mostrada na figura, pede-se:
(0,8p) (*a*) a direção dos eixos principais de inércia;
(1,5p) (*b*) os momentos principais de inércia;
(0,6p) (*c*) o ângulo de rotação Θ para o qual $I_v = 1{,}2 I_y$;
(0,6p) (*d*) para o ângulo Θ obtido no item (*c*), os correspondentes valores de I_u e P_{uv}.



a) Como o eixo y é eixo de simetria os eixos x e y são os eixos principais de inércia. $\Theta_p = 0°$

b) $I_y = \int x^2 dA \qquad I_y = \int_{-1}^{1}\int_{0}^{4-4x^2} dy\, x^2 dx$

$I_y = \int_{-1}^{1} (4-4x^2)x^2 dx = \int_{-1}^{1} 4x^2 dx - \int_{-1}^{1} 4x^4 dx = 4\frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{1} - 4\frac{x^5}{5}\Big|_{-1}^{1}$

$I_y = \frac{8}{3} - \frac{8}{5} \qquad I_y = \frac{16}{15}\,m^4$

$\boxed{I_y = 1{,}07\ m^4}$

$I_x = \int y^2 dA = \int_{-1}^{1}\int_{0}^{4-4x^2} y^2 dy\, dx = \int_{-1}^{1} \frac{(4-4x^2)^3}{3} dx$

$I_x = \frac{1}{3}\int_{-1}^{1} \left[4^3 - 3\times 4^2 \times 4x^2 + 3\times 4\times(4x^2)^2 - (4x^2)^3\right] dx$

$I_x = \frac{1}{3}\int_{-1}^{1} \left[64 - 192x^2 + 192x^4 - 64x^6\right] dx$

$I_x = \frac{1}{3}\left[64x\Big|_{-1}^{1} - \frac{192x^3}{3}\Big|_{-1}^{1} + \frac{192}{5}x^5\Big|_{-1}^{1} - 64\frac{x^7}{7}\Big|_{-1}^{1}\right]$

$I_x = \frac{1}{3}\times 58{,}51$

$\boxed{I_x = 19{,}50\ m^4}$

c) $I_v = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\theta + P_{xy} \operatorname{sen} 2\theta$

$P_{xy} = 0$

$I_v = 1{,}2\, I_y \qquad I_v = 1{,}28 \text{ cm}^4$

$1{,}28 = \frac{19{,}5 + 1{,}07}{2} - \frac{19{,}5 - 1{,}07}{2} \cos 2\theta$

$\boxed{\theta = 6{,}13^\circ}$

d) $P_{xy} = 0$

$I_u = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\theta$

$I_u = \frac{19{,}5 + 1{,}07}{2} + \frac{19{,}5 - 1{,}07}{2} \cos(2 \times 6{,}13^\circ)$

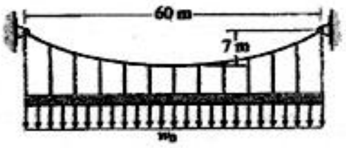
$\boxed{I_u = 19{,}29 \text{ cm}^4}$

$P_{uv} = \frac{I_x - I_y}{2} \operatorname{sen} 2\theta$

$P_{uv} = \frac{19{,}5 - 1{,}07}{2} \operatorname{sen}(2 \times 6{,}13^\circ)$

$\boxed{P_{uv} = 1{,}96 \text{ cm}^4}$

4. **(1,5p) Determine a carga distribuída uniforme máxima w_0 N/m que o cabo pode suportar se ele é capaz de sustentar uma tração máxima de 60 kN.**



$x = 30m$

$y = 7m$

$$y = \frac{w_0}{2T_0}x^2$$

$$T_0 = \frac{w_0}{2y}x^2 \Rightarrow T_0 = \frac{w_0}{2\times 7}\times 30^2$$

$$T_0 = 64,29\,w_0$$

$$T_{max}^2 = T_0^2 + w_0^2 x^2$$

$$T_{max}^2 = \frac{w_0^2}{4y^2}x^4 + w_0^2 x^2$$

$$T_{max}^2 = \left(\frac{x^4}{4y^2} + x^2\right) w_0^2$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{T_{max}^2}{\frac{x^4}{4y^2} + x^2}}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{60^2}{\frac{30^4}{4\times 7^2} + 30^2}}$$

$$\boxed{w_0 = 0,85\ kN/m}$$

$$\boxed{w_0 = 848,53\ N/m}$$